

# BAC PRO juin 2000 MATHÉMATIQUES SCIENCES (2h00)

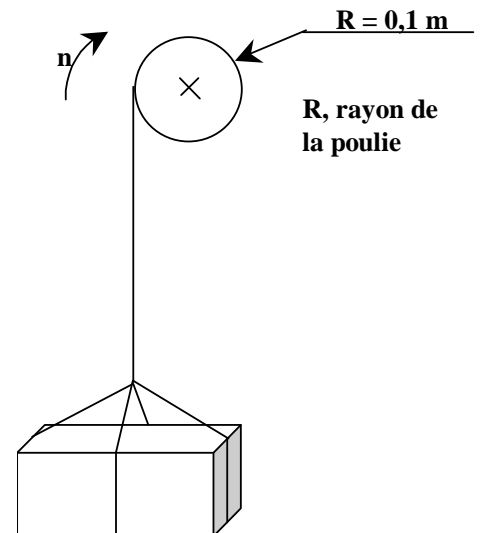
## Équipements et Installations Électriques

### Sciences

#### Exercice n°1 : (3 pts) Mécanique

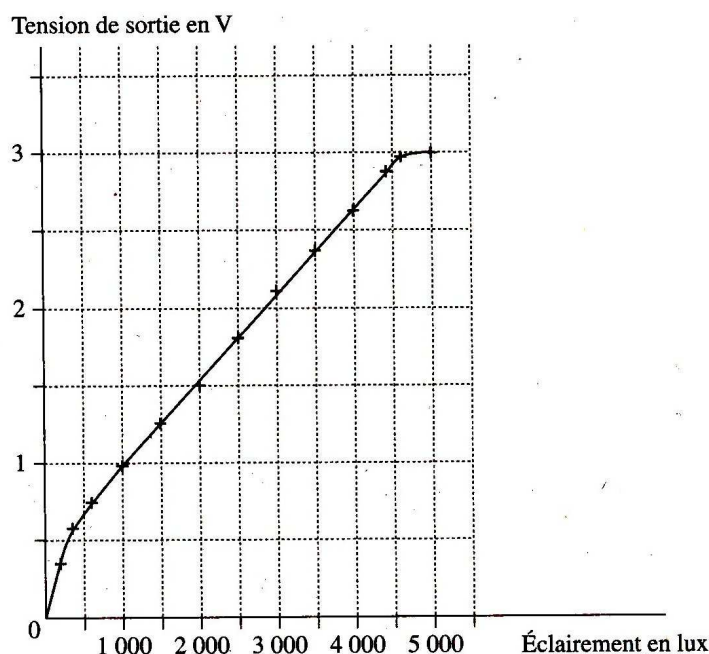
Un treuil est constitué d'un moteur électrique et d'une poulie sur laquelle s'enroule un câble. Ce treuil soulève une charge de masse  $m$ .

1. La fréquence de rotation nominale de la poulie est  $n = 30$  tr/min.
  - 1.1. Exprimer cette fréquence de rotation en tr/s.
  - 1.2. En déduire la vitesse angulaire  $\omega$  de la poulie.
  - 1.3. Calculer la vitesse linéaire de montée de la charge dans ces conditions.
2. La poulie, initialement immobile, met 2,2 s pour atteindre sa fréquence de rotation nominale d'un mouvement circulaire uniformément accéléré.
  - 2.1. Montrer que l'accélération angulaire du mouvement est égale à  $1,43 \text{ rad/s}^2$ .
  - 2.2. Déterminer le nombre de tours effectués par la poulie dans la phase de démarrage.



#### Exercice n°2 : (2 pts) Transducteurs

On veut rendre automatique l'éclairage d'une salle de montage de composants électroniques afin de maintenir l'éclairage compris entre 1500 et 2500 lux. On utilise un capteur photo-sensible dont la courbe d'étalonnage fournie par le fabricant est la suivante.



1. Indiquez les grandeurs d'entrée et de sortie du capteur.
2. Définir la plage pratique d'utilisation de cette courbe d'étalonnage dans le domaine linéaire.
3. On veut allumer les lampes pour un éclairage de 1500 lux et éteindre pour un éclairage de 2500 lux. Relever sur le graphique les valeurs de tension de sortie correspondant à ces deux états.

# Mathématiques

## Exercice n°1 : (5 pts)

On note :

- $j$  le nombre complexe de module 1 et dont un argument est  $\frac{\pi}{2}$  ;
- $\mathcal{P}$  le plan de l'ANNEXE 1, muni du repère orthonormal direct  $(O ; \hat{u} ; \hat{v})$  d'unité graphique 1cm.

Soit le nombre complexe  $z$  tel que  $z = 4 - 4j$

1. a) Placer, dans le plan  $\mathcal{P}$ , le point  $M$  d'affixe  $z$ .  
b) Donner les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{OM}$ .
2. a) Calculer la valeur exacte du module du nombre complexe  $z$ .  
b) Calculer l'argument, compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ , du nombre complexe  $z$ .
3. a) Donner la valeur exacte de la norme du vecteur  $\overrightarrow{OM}$ .  
b) Donner la mesure exacte, en radian, comprise entre  $-\pi$  et  $\pi$ , de l'angle  $(\hat{u}, \overrightarrow{OM})$ .
4. On associe au vecteur  $\overrightarrow{OM}$  la fonction sinusoidale  $u$  définie, pour tout nombre réel  $t$ , par  $u(t) = 4\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ .  
a) Calculer la période de la fonction  $u$ .  
b) Calculer la valeur exacte de  $u(\frac{1}{400})$ .

## Exercice n°2 : (10 pts)

Soit un circuit comprenant un générateur de force électromotrice  $E$ , exprimée en volts, une bobine de résistance  $R$ , exprimée en ohms, d'inductance  $L$ , exprimée en henrys, et un interrupteur.

On sait que,  $t$  en secondes après la fermeture de l'interrupteur, l'intensité  $i$ , exprimée en ampères, du

courant établi dans le circuit est telle que  $i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

- I. Montrer que pour  $E = 18$  V,  $R = 12 \Omega$  et  $L = 0,2$  H, on obtient la formule  $i = 1,5 (1 - e^{-60t})$  où  $i$  est exprimée en ampères et  $t$  en secondes.
- II. Soit la fonction  $f$  définie, pour tout nombre réel  $t$  de l'intervalle  $[0 ; 0,1]$  par  $f(t) = 1,5 (1 - e^{-60t})$ .
  1. Compléter le tableau de valeurs de l'ANNEXE 2.
  2. On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Vérifier que, pour tout nombre réel  $t$  de l'intervalle  $[0 ; 0,1]$ ,  $f'(t) = 90 e^{-60t}$ .
  3. Etudier le sens de variation de la fonction  $f$ .
  4. Tracer, dans le plan rapporté au repère  $(Ot, Oy)$  de l'ANNEXE 2, la courbe représentative  $C$  de la fonction  $f$ .
  5. a) Calculer la plus grande valeur  $M$  atteinte par la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 0,1]$ . (Donner la valeur exacte de  $M$ ).  
b) Calculer la valeur arrondie au centième de  $\frac{M}{2}$ .
  6. On note  $E$  l'équation, d'inconnue  $t$ ,  $f(t) = 0,75$ . On admet que  $E$  possède une solution et une seule notée  $a$ .

a) Déterminer, par une lecture graphique, en utilisant la courbe C, une évaluation de la solution a de l'équation E (laisser apparents les tracés ayant permis de répondre à cette question)

b) Sachant que  $1,5 (1 - e^{-60a}) = 0,75$ , montrer que  $e^{-60a} = \frac{1}{2}$ .

c) En utilisant le résultat obtenu à la question précédente et les propriétés de la fonction logarithme népérien, donner la valeur exacte de a.

d) Donner la valeur arrondie à  $10^{-3}$  de a.

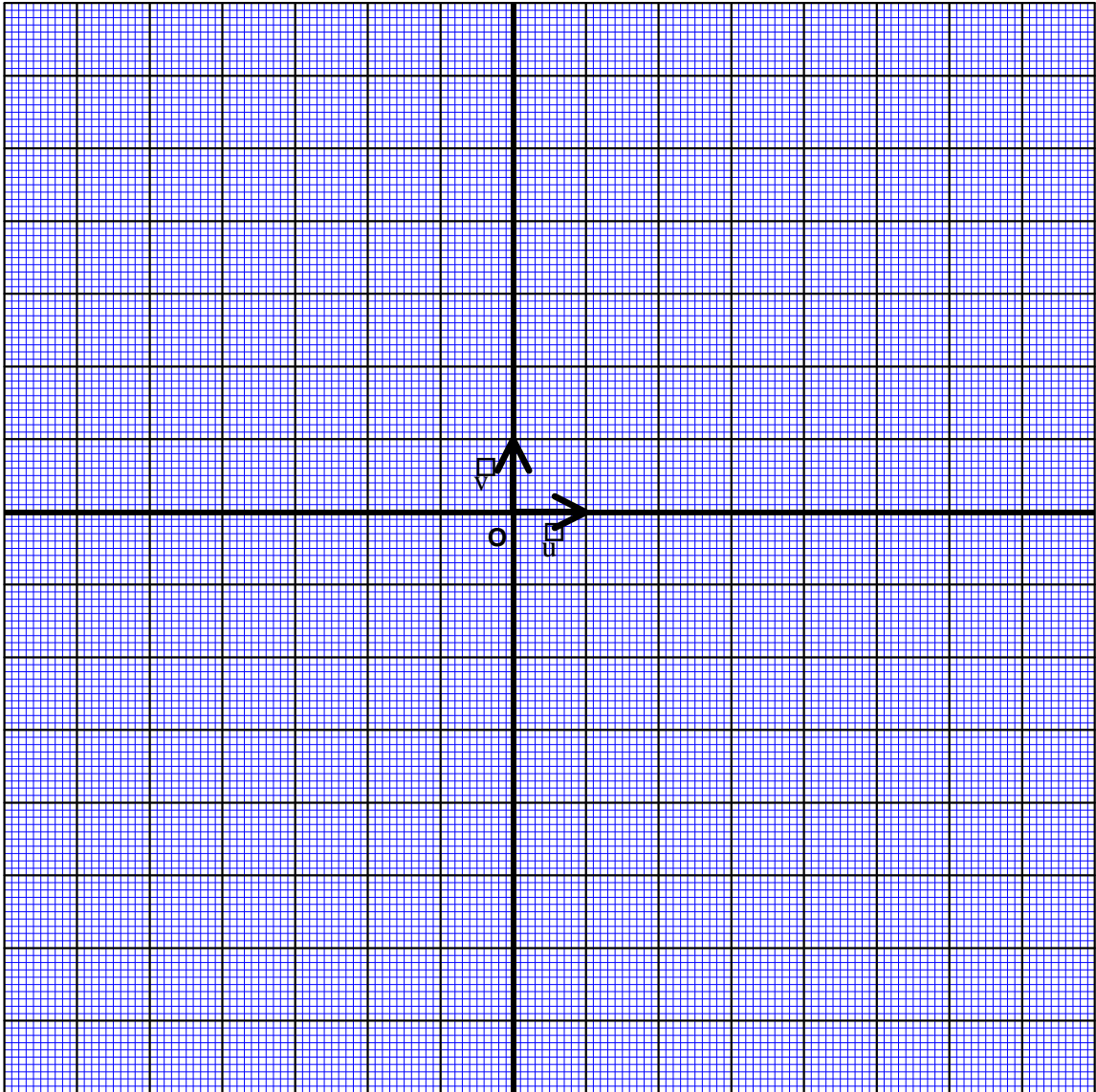
### III. Application

Pour le circuit dont les caractéristiques sont données à la partie I, on s'intéresse à la variation de l'intensité sur une durée de  $\frac{1}{10}$  s après la fermeture de l'interrupteur.

a) Indiquer, en une phrase, quelle est l'intensité maximum atteinte (donner cette valeur en ampères arrondie au centième d'ampère).

b) Indiquer, en une phrase, au bout de combien de temps après la fermeture de l'interrupteur, l'intensité atteint la moitié de la valeur donnée à la question précédente (exprimer le résultat en secondes arrondi au millième de seconde).

# ANNEXE I





# ANNEXE II

t	0	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1
Valeur de f(t) arrondie à $10^{-2}$							

